b) $|Z_1+Z_2|\le|Z_1|+|Z_2|$ (cours) $\Rightarrow|z+z'+z''|\le|z|+|z'|+|z''|$

c) $\left|(a-z)+(b-z)j^2+(c-z)j\right|\le|a-z|+|b-z||j|^2+|c-z||j|$

$\Rightarrow 22\le|a-z|+|b-z|+|c-z|\Rightarrow 22\le MA+MB+MC$ or OA+OB+OC=22

D'où MA+MB+MC est minimale pour M=O

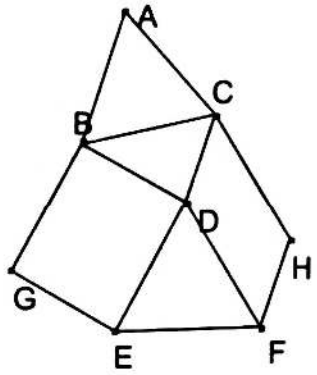
EX16 :

I/ 1) ABC équilatéral direct d'où

$$r_{(A,\frac{\pi}{3})}(B)=C\Rightarrow\begin{cases}AC=AB\\(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC})\equiv\frac{\pi}{3}(2\pi)\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\left|\frac{c-a}{b-a}\right|=1\\Ag(\frac{c-a}{b-a})\equiv\frac{\pi}{3}(2\pi)\end{cases}$$

$$\Rightarrow\frac{c-a}{b-a}=e^{i\frac{\pi}{3}}\Rightarrow c-a=e^{i\frac{\pi}{3}}(b-a)$$

* de même : $r_{(D,\frac{\pi}{3})}(E)=F\Rightarrow f-d=e^{i\frac{\pi}{3}}(e-d)$



2) EDBG est un parallélogramme $\Rightarrow\overline{BG}=\overline{DE}\Rightarrow g-b=e-d\Rightarrow g=e-d+b$

De même : $\Rightarrow\overline{CH}=\overline{DF}\Rightarrow h-c=f-d\Rightarrow h=f-d+c$

3) h-a=(f-d)+(c-a)

$$h-a=e^{i\frac{\pi}{3}}(e-d)+e^{i\frac{\pi}{3}}(b-a)=e^{i\frac{\pi}{3}}[(e-d+b)-a]$$

$$h-a=e^{i\frac{\pi}{3}}(g-a)$$

$$\frac{h-a}{g-a}=e^{i\frac{\pi}{3}}$$

$$\Rightarrow\begin{cases}\left|\frac{h-a}{g-a}\right|=1\\Ag(\frac{h-a}{g-a})\equiv\frac{\pi}{3}(2\pi)\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}|h-a|=|g-a|\\Ag(\frac{h-a}{g-a})\equiv\frac{\pi}{3}(2\pi)\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}AH=AG\\(\overrightarrow{AG},\overrightarrow{AH})\equiv\frac{\pi}{3}(2\pi)\end{cases}$$

D'où le triangle AGH est équilatéral direct

II/

Qarray.tn -Aqra Blech- Qarray.tn